

# Maths est magique 1/2

## **Divine Tetraktys ("tetra" : chiffre 4 - "aktys" : lumière rayonnante)**

- 1 : le Tout (Dieu)
- 2 : les contraires (Yin/Yang, Masculin/Féminin, Jour/Nuit)
- 3 : les mondes (céleste, terrestre, souterrain)
- 4 : les éléments (eau, feu, air, terre)

### **Jeu : numéro 9**

Le choix du pays est restreint : Danemark, Djibouti (éventuellement Dominique) et un européen choisira très probablement le Danemark dont la dernière lettre est K. À nouveau un choix restreint : kiwi, kaki, kabosu, kumquat et un européen choisira très probablement le Kiwi.

### **Jeu : numéro 8**

- Choisir un nombre au hasard
- Soustraire 1 à ce nombre
- Multiplier par 3
- Ajouter 12
- Diviser par 3
- Ajouter 5
- Soustraire le nombre de départ

→ Vous devinez le résultat final : 8

### **Les dés à jouer : numéro 7**

- Lancer trois dés et les empiler. Retenir le chiffre du dessus de la pile.
- Additionner toutes les faces en contact les unes avec les autres +celle en contact avec la table (seule la face du dessus n'est pas additionnée)
- Le total des faces opposées d'un dé est 7,  $3 \times 7 = 21$ , auquel on retire le chiffre du dessus de la pile retenu plus tôt.

### **Jeu : numéros 6-5-4**

- 3 participants choisissent un nombre au hasard sans le révéler
- Indépendamment : chacun multiplie son nombre par : 2 / 3 / 4
- Indépendamment : chacun ajoute 12 / 15 / 16
- Indépendamment : chacun divise son nombre par : 2 / 3 / 4
- Chaque participant soustrait le nombre qu'il avait choisi au départ à ce nouveau résultat

→ Vous devinez le résultat final : 6 / 5 / 4

### **Jeu : table d'addition**

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

- Sur la grille, barrer au hasard l'une des quatre lignes horizontales. Puis barrer une des quatre lignes verticales. Entourer le nombre à l'intersection des deux lignes -> premier nombre mystère.
- Barrer à nouveau une ligne horizontale et une ligne verticale -> deuxième nombre mystère.
- Effectuer de même pour le troisième et le quatrième nombre mystère.
- Additionner ses quatre nombres. Le résultat est 34.

### **Cônes d'argile**

- Petit cône : unité
- Grande boule : dix
- Grand cône : soixante

### **Tablettes d'argile**

- Naissance du calcul (~ 2000 ans av. JC)
- Tables de multiplication, division
- Racines carrées et cubiques

Le degré vient des Babyloniens : ils comptaient en base 60 (sexagésimale). 60 est commode car il admet beaucoup de diviseurs. Les mathématiciens arabes ont mesuré les angles célestes et terrestres de la même manière. La mesure du temps, directement issue des angles astronomiques, en a découlé. L'année cyclique correspondait à un cercle de 360° (360 jours) et ce cercle était divisé en six parties de 60°. Le cercle a figuré une journée entière puisqu'elle correspondait à un "cycle" du soleil. Elle a été divisée en six : trois sections de jour et trois sections de nuit. Ces sections ont été divisées plusieurs fois par 2 pour obtenir le découpage en 24 heures, plus précis. De la même façon, une heure a été divisée en 60 min. NB : l'appellation est la même pour les angles : 1 degré est constitué de 60 minutes, ainsi un angle de 1,5° correspond à 1° plus la moitié de 60' donc à 1° et 30 minutes.

### Estimation de Pi – Babyloniens

$$\text{Circonf} = 3 = 2 \pi r \Leftrightarrow r = 3/(2\pi) \quad / \quad \text{Aire} = 45/60 = \pi r^2 = \pi 3^2/(2\pi)^2 = 9/(4\pi) \quad / \quad 45/60 = 9/(4\pi) \Rightarrow \pi = 3$$

### Estimation de $\sqrt{2}$

$$1 + 24/60 + 51/3600 + 10/216000 (\approx \sqrt{2}) \quad / \quad \sqrt{2} \Leftrightarrow \text{diagonale d'un carré unitaire}$$

### Carré d'un nombre terminant par 5

EX : 75, le carré de 5 :  $5 \times 5 = 25$ , pour le nombre précédent, il suffit de multiplier 7 par 7+1=8 :  $7 \times 8 = 56$  : donc le carré de 75 =  $75 \times 75 = 5625$ . De même  $35 \times 35 = 1225$  ( $3 \times 4 = 12$ , auquel on rattache 25)

Pour les autres nombres, on utilise les identités remarquables :  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$$\text{EX : } 47 \times 47 = 40 \times 40 + 7 \times 7 + 2 \times 7 \times 40 = 1'600 + 49 + 560 = 2209$$

Pour retenir les nombres intermédiaires, on peut employer une table de rappel (ex : 1214 se transforme en 12 : horloge (les 12 heures sur l'horloge) et 14 : feu d'artifice (le 14 juillet))

### Racine cubique d'un nombre

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
NxNxN	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Demander à un participant de calculer le cube d'un nombre à deux chiffres

Ex :  $68^3 = 314'432$ , prenez les 3 premiers chiffres : 314. Celui-ci se trouve entre les cubes de 6 et 7 dans le tableau ci-dessus, gardez le plus petit : 6, c'est le chiffre des dizaines (NB :  $60 \times 60 \times 60 = 216'000$  et  $70 \times 70 \times 70 = 343'000$ ).

Pour les unités, prendre le dernier chiffre du résultat : 2 et retrouver dans le tableau ci-dessus un cube terminant par 3 : c'est le chiffre 8. La racine cubique de 314'432 est donc : 68.

### Al-Khwarizmi - Le livre du rajout et de l'équilibre

*Algèbre : de l'arabe « al djabr » qui signifie « la restauration » au sens de « la réunion de ce qui a été cassé »*

*Le livre du rajout et de l'équilibre* : Il ne contient aucun chiffre. Toutes les équations sont exprimées avec des mots.

Méthodes algébriques de résolution des équations, synthèse des règles héritées des grecs et des textes néo-persans.

Traite de problèmes de la vie courante (partages d'héritage, droits de succession, échanges commerciaux, arpentages des terres...)

### Leonardo Bonacci- Liber abaci-le livre des calculs (1202)

- opérations élémentaires
- algèbre sur les racines carrées et cubiques
- équations du 1er et 2e degré
- critères de divisibilité
- décomposition d'un nombre en produits de facteurs premiers

### Jeu : âge + monnaie en poche

Age x2            +5            x50            -365            +nb de centimes en poche (< \$1)

**+115**

➔ deux premiers chiffres sont l'âge et les deux derniers sont le nb de centimes en poche.

# Maths est magique 2/2

---

## Les objets mathématiques

Tétraèdre = Feu / Cube = Terre / Octaèdre = Air / Icosaèdre = Eau / Dodécaèdre = Univers (Ether)

Un polyèdre est dit régulier s'il est constitué de faces toutes identiques et régulières, et que tous ses sommets sont identiques (qu'il y a un même nombre d'arêtes qui convergent à chaque sommet). 9 au total : 5 polyèdres de Platon + 4 polyèdres de Kepler-Poinsot.

**F + S – A = 2 : en fait, établie par René Descartes (1596 – 1650)**

### **L'âge**

*Multiplier le 1<sup>er</sup> chiffre de son âge par 5*

*Ajouter 3*

*Multiplier par 2*

*Ajouter le 2<sup>e</sup> chiffre de son âge*

**Soustraire 6**

## **L'âge et le nombre de frères/sœurs**

Multiplier son âge par 2

Ajouter 10

Multiplier par 5

Ajouter le nombre de frères/sœurs

**Soustraire 50**

On trouve un nombre dont les premiers chiffres sont l'âge et les derniers chiffres sont le nombre de frères/sœurs.  
(NB : *uniquement pour un nombre de frères/sœurs < 10*)

## **La date de naissance (mois/jour/année)**

Ajouter 18 au numéro du mois de naissance (ex : mai  $\Leftrightarrow$  5 :  $18+5=23$ )

Multiplier par 25

Soustraire 333

Multiplier par 8

Soustraire 554

Diviser par 2

Ajouter le numéro du jour de naissance

Multiplier par 5

Ajouter 692

Multiplier par 20

Ajouter les deux derniers chiffres de l'année de naissance (ex : 2002  $\Leftrightarrow$  02)

**Soustraire 32940**

Le résultat donne le numéro du mois, suivi du jour, suivi des deux derniers chiffres l'année.

## **Logarithme :**

Les nombres décimaux ne sont pas d'usage courant et les opérations posées telles que nous les utilisons ne sont pas encore connues. Et pourtant l'astronomie, la navigation ou le commerce demandent d'effectuer des opérations de plus en plus complexes.

## **Nombre d'Euler :**

Seul nombre positif (excepté e lui-même) donnant l'inégalité  $e^x > x^e$

Euler fonde ce qu'on appelle aujourd'hui l'analyse fonctionnelle en donnant une définition précise de la notion de fonction. Nous lui devons la notation  $f(x)$  pour désigner l'image d'un nombre  $x$  par une fonction  $f$ . Il utilise la lettre

grecque  $\Sigma$  comme symbole de sommation. Il propose le célèbre  $\pi$  pour le nombre Pi, la lettre  $i$  pour la racine carrée de -1 et le fameux  $e$  base des logarithmes népériens.

Euler développe également le calcul différentiel de Wilhelm Gottfried von Leibniz (1646 ; 1716) et la méthode des fluxions d'Isaac Newton (1642 ; 1727).

### Jeu : chiffre préféré

Choisir son chiffre fétiche entre 1 et 9.

Multiplier par 12'345'679

**Multiplier par 9** → Le résultat final affiche son chiffre fétiche aligné neuf fois (ex : 7 => 777'777'777).

### Jeu : Calcul ultrarapide

- Choisir un nombre de trois chiffres
- Multiplier ce nombre par 7, puis par 11, puis par 13  
→ Le résultat final affiche son nombre aligné deux fois (ex : 681 => 681'681).

### Papyrus de Rhind

- 84 problèmes d'arithmétique
- Tables de multiplication, division
- Calcul de fractions
- Géométrie (volumes et aires) : estimation de Pi

### Jeu : la réponse est 1089

Choisir un nombre de trois chiffres

Écrire ce nombre à l'envers (ex : 123 => 321)

Soustraire le plus petit de ces nombres au plus grand.

*(Facultatif) : si le résultat ne comporte que deux chiffres, ajouter un zéro devant*

Écrire ce résultat à l'envers

Additionner ces deux nouveaux nombres.

→ **Vous devinez le résultat final : c'est 1089.**

### Sommes de Ramanuja

La tâche est de sommer la série alternée des entiers, ce qui est plus simple car bien qu'elle soit divergente, elle ressemble au développement de la fonction  $1/(1+x)^2$  pour  $x=1$ , soit :

$$-3c = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots = 1/(1+1)^2 = 1/4$$

$$\Rightarrow c = -1/12$$

$1 + 2 + 3 + 4 + \dots$ , la série des entiers strictement positifs pris dans l'ordre croissant, est en analyse une série divergente. La n-ième somme partielle de cette série est le nombre triangulaire :  $S_n = 1 + 2 + \dots + n$ , égal à  $n(n+1)/2$ . La suite de ces sommes partielles est croissante et non majorée donc tend vers l'infini.

Bien que cette série ne possède donc a priori pas de valeur significative, elle peut être manipulée pour produire un certain nombre de résultats mathématiquement intéressants (en particulier, diverses méthodes de sommation lui donnent la valeur  $-1/12$ ), dont certains ont des applications dans d'autres domaines, comme l'analyse complexe, la théorie quantique des champs, la théorie des cordes ou encore l'effet Casimir.

La série a pour terme général  $n$ . Sa n-ième somme partielle est donc le nombre triangulaire  $S_n = 1 + 2 + \dots + n$ , égal à  $n(n+1)/2$ . La suite  $(S_n)$  tend vers l'infini : la série n'est donc pas convergente. Elle ne possède donc pas de somme au sens usuel du terme. Elle n'est pas non plus sommable au sens de Cesàro.

À la différence de son homologue la série alternée des entiers  $1 - 2 + 3 - 4 + \dots$ , la série  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots$  n'est pas sommable au sens d'Abel et des méthodes plus avancées sont nécessaires pour lui attribuer la valeur  $-1/12$ .

### Jeu : le chiffre manquant

Choisir un nombre d'au moins quatre chiffres.

Additionner ensemble les chiffres composant le nombre

Soustraire le résultat à son nombre de départ

Puis le participant efface un des chiffres composant le résultat final et vous le présente

Vous lui révélez le chiffre qu'il a effacé

*Le truc repose sur le pouvoir du 9. Après que le spectateur ait ajouté ensemble les chiffres composant le nombre, puis qu'il ait soustrait le résultat à son nombre de départ, le nombre sera TOUJOURS un multiple de 9 ; et si un nombre est multiple de 9, la somme des chiffres le composant est également un multiple de 9.*

Lorsque le spectateur efface un des chiffres composant le résultat final, vous additionnez les chiffres restants, puis vous calculez combien il faut ajouter à ce résultat pour obtenir le multiple de 9 le plus proche : c'est le chiffre effacé.

Exemple :

- Le spectateur choisit le nombre 2594 (qu'il vous cache)
- Il calcule :  $2 + 5 + 9 + 4 = 20$
- Il calcule :  $2594 - 20 = 2574$
- Admettons qu'il efface le chiffre 7 et vous présente le résultat de son calcul : 25\_4
- Vous calculez (mentalement)  $2 + 5 + 4 = 11$  ; le plus proche multiple de 9 est 18
- Vous calculez mentalement  $18 - 11 = 7$

### Jeu : calcul mental ultrarapide

Le meneur écrit un nombre à 4 chiffres (ou plus).

Puis, à tours de rôles, le participant et le meneur donnent un nombre à 4 chiffres (ou plus) et font X tours.

➔ Le résultat de l'addition correspond au nombre de départ, devant lequel on inscrit X, et auquel on soustrait X.

Exemple : pour X = 2 tours

- |               |      |        |          |
|---------------|------|--------|----------|
| • Meneur      | 8591 |        | 8591     |
| • Participant | 1812 | +      |          |
| • Meneur      | 8187 | = 9999 | + 9999   |
| • Participant | 6735 | +      |          |
| • Meneur      | 3264 | = 9999 | + 9999   |
|               |      |        | = 28'589 |

### Os de Lebombo

Péroné de babouin

29 incisions

Plus ancienne attestation de la pratique de l'arithmétique ?

*Arithmétique : du grec ancien arithmos qui signifie « ce qui est préparé, arrangé, disposé » ; par extension : « nombre ».*

### Os d'Ishango

Péroné de babouin

Groupement et comptage

Rang a : 60      Rang b : 60      Rang c : 48

### Le zéro

1 Raju = distance parcourue par Dieu en 6 mois (1 million de km en chaque battement de cil)

1 Palya = temps requis pour construire un cube de laine de mouton de 10 km de côté en déposant 1 poil par siècle

Bindu (ou Bindhu) symbolisant le vide ou négation de soi ⇔ représentation du concept de zéro

Astronomie : système héliocentrique

Calcul du diamètre terrestre avec 1% d'erreur

## **Brahmagupta - *Brahma Sphuta Siddhanta* (628)**

L'ouvrage est entièrement écrit en vers.

*Zéro soustrait d'une dette est une dette.*

*Zéro soustrait d'un bien est un bien.*

*Zéro soustrait de zéro est zéro.*

*Une dette soustraite de zéro est un bien.*

*Un bien soustrait de zéro est une dette.*

*Le produit de zéro multiplié par une dette ou un bien est zéro.*

*Le produit de zéro multiplié par zéro est zéro.*

*Le produit ou le quotient de deux biens est un bien.*

*Le produit ou le quotient de deux dettes est un bien.*

*Le produit ou le quotient d'une dette et d'un bien est une dette.*

*Le produit ou le quotient d'un bien et d'une dette est une dette.*

Bonne compréhension du zéro, des règles de manipulation des nombres positifs et négatifs, une méthode de calcul des racines carrées, des méthodes de résolution des équations linéaires et quadratiques, des règles pour les séries...

0 est élément neutre pour l'addition

0 est élément absorbant pour la multiplication

0 est le seul nombre qui est à la fois réel, positif, négatif et imaginaire pur.

## **Le numéro de téléphone**

NE PAS considérer les 3 premiers chiffres du numéro (ex : pas 032 ou 079)

Prendre les 3 chiffres suivants et multiplier par 80

Ajouter 1

Multiplier par 250

Ajouter les 4 derniers chiffres du numéro de tel

Ajouter à nouveau les 4 derniers chiffres du numéro de tel

Soustraire 250

Diviser par 2

Le résultat final affiche le numéro de téléphone (sans les 3 premiers chiffres bien sûr...)

## **Allégorie de la caverne**

One school is attributed to Plato, and finds that Nature is a structure that is precisely governed by timeless mathematical laws. According to Platonists we do not invent mathematical truths, we discover them. The Platonic world exists and physical world is a shadow of the truths in the Platonic world. This reasoning comes about when we realize (through thought and experimentation) how the behavior of Nature follows mathematics to an extremely high degree of accuracy. The deeper we probe the laws of Nature, the more the physical world disappears and becomes a world of pure math.

The other school held that mathematical concepts are mere idealizations of our physical world. The world of absolutes, what is called the Platonic world, has existence only through the physical world. In this case, the mathematical world is the same as the Platonic world and would be thought of as emerging from the world of physical objects.

## **Mathématique symbolique**

*Bertrand Russell (1917): "Mathematics may be defined as the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true."*

Bertrand Russell who states "Mathematics is the chief source of the belief in eternal and exact truth, as well as a sensible intelligible world"